Taki Academy
www.takiacademy.com

MAGAZINES

Mathématiques

Bac Sc-Techniques

Magazine N°2 : Limite et continuité

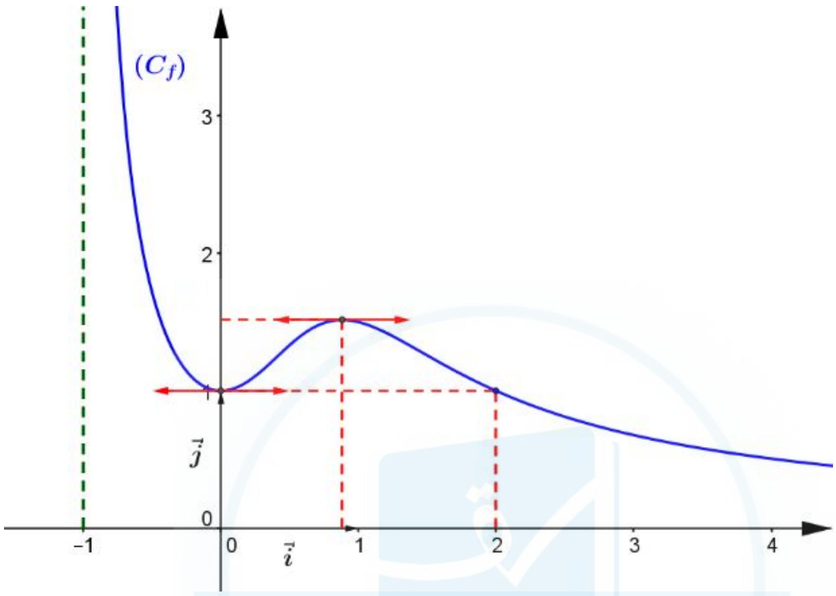
TakiAcademy

تهنى على قرايتك

Exercice 1 — 25 min — 5 pts

1°) Dans le graphique ci-dessous, (C_f) est la courbe représentative, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, d'une fonction f continue et dérivable sur $\left]-1,+\infty\right[$.

La courbe (C_f) admet deux asymptotes les droites d'équations $x=-1$ *et* $y=0$.



Par une lecture graphique, déterminer :

a) $f(0)$, $f'(0)$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) $f\left(\left[2,+\infty\right[\right)$ *et* $f\left(\left]-1,1\right]\right)$.

2°) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=-2x^3-3x+4$.

a) Déterminer $g\left(\left]0,1\right[\right)$ et montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α, et vérifier que $\alpha\in\left]0,1\right[$ puis donner une valeur approchée de α à 10^{-1} prés.

b) En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3°) On admet que la fonction f est définie sur $\left]-1,+\infty\right[$ par $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^3+1}$.

a) Montrer que pour tout $x\in\left]-1,+\infty\right[$, $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{\left(x^3+1\right)^2}$; en déduire le tableau de variation de f sur $\left]-1,+\infty\right[$.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to 1^-} f\circ g(x)$ et $g\circ f\left(\left[2,+\infty\right[\right)$.

Exercice 2 — 25 min — 5 pts

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x + \dfrac{\cos \pi x}{(x+1)^2} & si\ x \le 0\ ;\ x \ne -1. \\ f(x) = \sqrt{x^2+2x} & si\ x > 0 \end{cases}$

(C_f) étant sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

b) Déterminer la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $(+\infty)$.

2°) Calculer $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

3°) Etudier la continuité de f en 0.

4°) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\cos \pi x}{(x+1)^2} = 0$.

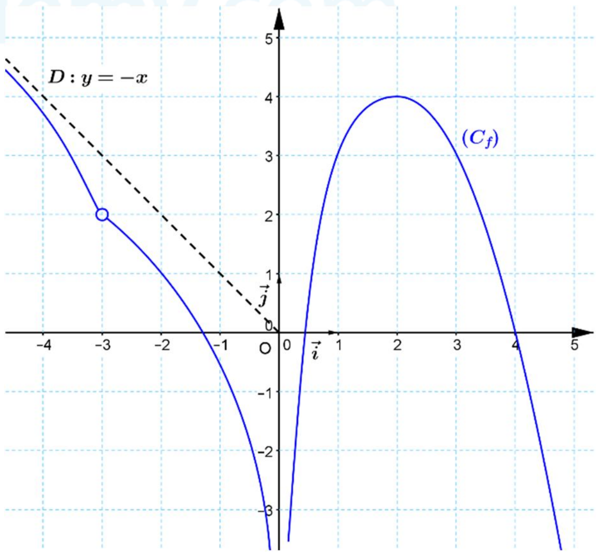
b) En déduire que (C_f) admet au voisinage de $(-\infty)$ une asymptote oblique qu'on précisera.

5°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $\left]-\dfrac{1}{2},0\right[$.

Exercice 3 — 25 min — 5 pts

Le graphique ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $IR \setminus \{-3,0\}$.

- La droite d'équation $D: y = -x$ est asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.
- La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à (C_f).
- (C_f) admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $+\infty$.



Par lecture graphique déterminer :

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(\dfrac{x-1}{x+1})$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(-2x)$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$,

2) $f\circ f(-2)$, $f\left(\left]0,2\right]\right)$, $f\left(\left[1,3\right]\right)$ et $f\circ f\left(\left[1,3\right]\right)$.

3) Répondre par **vrai** ou **faux** en justifiant

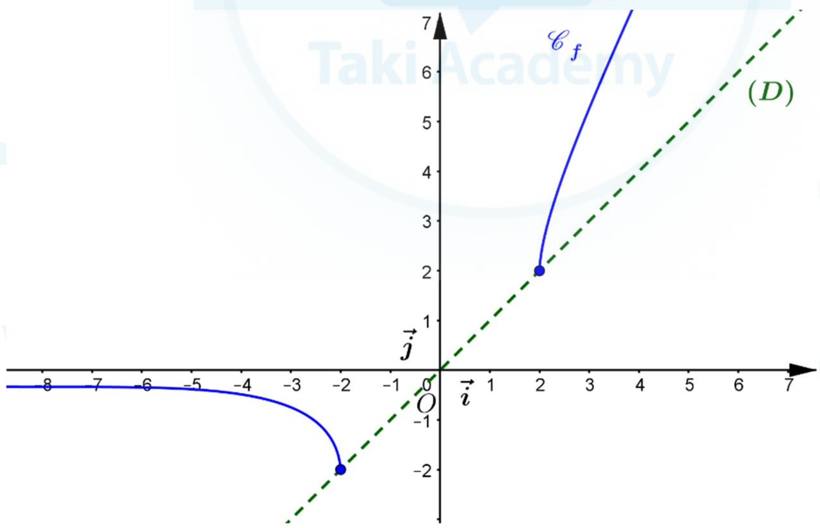
a) f est prolongeable par continuité en –3.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2}{f(x)+x}=+\infty$.

Exercice 4 25 min **5 pts**

Dans la figure ci-dessous, $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\left]-\infty,-2\right]\cup\left[2,+\infty\right[$,

- $\mathscr{C}_f$ admet une branche asymptotique de direction (D) au voisinage de $+\infty$.
- L'axe des abscisses est une asymptote à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $-\infty$.



Par lecture graphique :

1°) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-x^3f\left(x\right)}{x^4+1}$.

2°) Soit h la fonction définie, continue et dérivable sur $\left]-\infty,0\right]\cup\left]2,+\infty\right[$ par :

$h\left(x\right)=\sqrt{\dfrac{x^3}{x-2}}$, et $\mathscr{C}_h$ sa courbe représentative.

- On donne ci-dessous le tableau de variation **(incomplet)** de la fonction h.

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
g		$\searrow$		//////		$\searrow$	$3\sqrt{3}$	$\nearrow$	

a) Compléter le tableau de variation de h et déterminer les branches infinies de $\mathcal{C}_h$.

b) Montrer que l'équation $h\left(x\right)=2$ admet une unique solution α sur D_h et vérifier que $\alpha \in \left]-3,-2\right[$.

3) a) Déterminer les ensembles de définition de $h \circ f$ et $f \circ h$.

b) Montrer que $f \circ h$ est continue sur chacun des intervalles $\left]-\infty,\alpha\right]$ *et* $\left]2,+\infty\right[$.

4) Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f\circ h\left(x\right)}{x} \; ; \; \lim_{x\to+\infty} \frac{h\circ f\left(x\right)}{x} \quad \text{et} \; \lim_{x\to\alpha} \frac{1-\cos\left(h\left(x\right)-2\right)}{x-\alpha}$$

Exercice 5 — 25 min — 5 pts

Soit f la fonction définie par : $f\left(x\right)=\begin{cases} x+\sqrt{x^2+21} & \text{si } x\le 2 \\ \dfrac{2x^2-x-6}{-x^2+5x-6} & \text{si } x\in\left]2,3\right[\cup\left]3,4\right[\\ \sqrt{x^2+x+5}+ax & \text{si } x\ge 4 \quad \text{avec } a\in IR \end{cases}$.

On désigne par $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .

1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) a) Calculer : $\lim\limits_{x\to 3^-} f\left(x\right)$ et $\lim\limits_{x\to 3^+} f\left(x\right)$

b) Interpréter graphiquement ce résultat.

3) Etudier la continuité de f en 2.

4) Calculer : $\lim_{x \to -\infty} f\left(x\right)$. Que peut-on en déduire ?

5) Déterminer a pour que f soit continue en 4.

6) On suppose que : $a = -4$.

Prouver que : $\Delta : y = -3x + \frac{1}{2}$ est une asymptote oblique à c_f au voisinage de $+\infty$.

Nos Locaux

- Sahloul
- Khezama
- Msaken
- Monastir
- Mahdia
- Kasserine
- CUN
- Ksar Hellal
- Ezzahra
- Tataouine
- El Aouina
- El Mourouj
- Bardo
- Bizerte
- Nabeul
- Kelibia
- Gafsa
- Tozeur
- kébili
- Gabes
- Siliana
- Sfax
- Béja
- Le Kef
- Zaghouan
- Kairouane
- Jendouba
- Sidi Bouzid
- Medenine
- Djerba

www.takiacademy.com   73.832.000

تهنى على قرايتك